UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE
FACOLTÀ DI LETTERE E FILOSOFIA
CORSO DI LAUREA IN FILOSOFIA

L'INTERPRETAZIONE DEI MOLTI MONDI E DELLE MOLTE MENTI DELLA MECCANICA QUANTISTICA

Candidato

Leonardo Maria Eva

Relatore

Chiar.ma Prof.ssa
Maria Luisa Dalla Chiara

ANNO ACCADEMICO 1997-1998

"What is the difference between
a philosopher and a ruler?
A ruler will only stretch to one foot,
but a philosopher will go to any lenght"

Derek Walcott

Al professor
Salvatore Tassinari

Ringrazio di cuore tutti coloro i quali hanno ispirato, custodito, ammirato, irriso, sostenuto la mia scelta di studiare la filosofia; sono grato in particolare per quei volti che, sia come presenza vigile, sia nella concretezza degli esempi, mi hanno accompagnato nella stesura di queste pagine, cioè nella verifica della mia esperienza.

PREMESSA

Il mio lavoro si propone di analizzare le tappe fondamentali, dal punto di vista storico e concettuale, dello sviluppo della cosiddetta "interpretazione dei molti mondi" [*Many Worlds Interpretation*, o MWI], una tra le più radicali soluzioni mai proposte per il problema della misurazione in meccanica quantistica. Secondo la formulazione corrente di questa teoria, la linearità dell'equazione di Schrödinger implica che il sistema composto "sistema oggetto + apparato misuratore" evolve in una sovrapposizione di stati, quando lo stato del sistema oggetto è esso stesso una sovrapposizione.[1]

L'interpretazione dei molti mondi nasce nella seconda metà degli anni '50 dall'intuizione del giovane fisico Hugh Everett III e consiste, in breve, nell'applicazione del formalismo quantistico a *tutta* la realtà, senza alcuna

---

[1] Il famoso "paradosso del gatto" di Schrödinger (vedi Schrödinger, 1935, 157) è l'esemplificazione tipica di tale problema. Un gatto che venga chiuso in una scatola e collegato ad un meccanismo che ne provochi o meno la morte per avvelenamento, a seconda del decadimento o meno (eventi che hanno, poniamo, identica probabilità di realizzarsi) di un atomo di una sostanza radioattiva, si troverà in uno stato *entangled* con quello di un tale atomo, cosicché il sistema composto da gatto e sostanza radioattiva (trascurando gli altri elementi, quali scatola e marchingegno) risulterà essere in una sovrapposizione dello stato in cui l'atomo non è decaduto ed il gatto è vivo e di quello in cui l'atomo è decaduto ed il gatto è morto. Questo finché non venga sottoposto a "misurazione" da parte di un osservatore che apra la scatola e constati la situazione del gatto (e dell'atomo).

distinzione tra microcosmo e macrocosmo (con la possibilità quindi, che si diano sovrapposizioni di stati per sistemi macroscopici).

Il primo capitolo considera la formulazione originaria, definita da Everett stesso "degli stati relativi", seguendo da vicino l'esposizione (in forma abbreviata rispetto alla sua tesi di dottorato, in cui essa viene per la prima volta sostenuta) contenuta in un articolo pubblicato nel 1957. L'elaborazione formale di questa interpretazione è quasi interamente contenuta in tale articolo (ed è dunque circoscritta perlopiù al primo capitolo), limitandosi gli interventi successivi a tentare di dare un significato, di interpretare a loro volta, le asserzioni più oscure dell'ipotesi everettiana (in particolare quelle che dovrebbero spiegare la ragione della definitezza dell'esperienza umana anche nei casi in cui gli osservatori stessi verrebbero a trovarsi in stati sovrapposti).

Il secondo capitolo descrive l'interpretazione dei molti mondi propriamente detta, così come sostenuta negli anni '70 da Bryce S. DeWitt. Questo filone interpretativo (che postula la scissione dell'universo, ad ogni misurazione, in infiniti mondi, ciascuno dei quali contenente lo stesso osservatore nell'atto di percepire uno solo tra i possibili risultati) si propone esclusivamente di chiarire il pensiero di Everett, ma di fatto si dimostra divergente in diversi punti dalle asserzioni caratteristiche della formulazione di partenza. Viene poi esaminato il successivo sviluppo da parte di David Deutsch.

I tre capitoli successivi riguardano un nuovo modo di intendere la soluzione di Everett, sviluppato alla fine degli anni '80, che prevede una distinzione tra processi fisici e psichici, ed una scissione sul tipo di quella dei molti mondi, ma stavolta a livello psichico. Le prime due visioni cadono sotto la denominazione di "interpretazione delle molte menti" [*Many Minds Interpretation*, o MMI], ma la seconda, proposta da Michael Lockwood, differisce dalla prima, ideata da David Albert e Barry Loewer, in quanto mantiene l'idea che la descrizione del dominio mentale sia del tutto riconducibile a quella del dominio fisico. Come conseguenza, nella prima versione le "molte menti" associate ad ogni persona fisica conservano una loro identità nel tempo, mentre nella seconda ciò non accade: di qui il nome di "visione delle menti persistenti" [*Continuing Minds View*, o CMV] per la prima, e di "visione delle menti istantanee" [*Instantaneous Minds View*, o IMV] per la seconda. La terza analisi considerata, dovuta ad Euan Squires, è inizialmente assimilabile alle interpretazioni delle molte menti (si parla di "molti punti di vista relativi ad un unico mondo fisico"), ma giunge a caratterizzarsi nel tempo come, potremmo dire, "visione dell'Unica Mente", in quanto le funzioni assolte dalle infinite menti postulate da Albert, Loewer e Lockwood, vengono svolte in questo caso da un'unica coscienza universale che lega tra loro le diverse persone fisiche.

L'ultima parte, infine, ripercorre rapidamente altri passaggi legati allo sviluppo (ed alle prefigurazioni letterarie) delle idee di Everett, non considerati analiticamente nei capitoli precedenti.

Data la complessità del formalismo della meccanica quantistica, si rende inoltre necessario iniziare la discussione con una breve rassegna di alcune nozioni matematiche utili per la comprensione delle pagine successive, oltreché degli assiomi fondamentali della teoria quantistica.

ELEMENTI FONDAMENTALI DEL FORMALISMO DELLA MECCANICA QUANTISTICA

<u>Definizione 1 :</u>

Uno **spazio vettoriale** è una struttura mista costituita da un campo commutativo $C = <C, +, \times, -, {}^{-1}, 0,1>$, i cui elementi (denotati dalle lettere *a*, *b*, *c*…) sono detti *scalari*, e da un gruppo commutativo $V = <V, +, -, \underline{0}>$, i cui elementi (denotati dalle lettere ψ, φ, ξ…) sono detti *vettori*, su cui è definita un'operazione detta *prodotto esterno* $\bullet : C \times V \rightarrow V$, tale da soddisfare le seguenti proprietà :

(PE 1) $\forall \psi : 1 \bullet \psi = \psi$;

(PE 2) $(a + b) \bullet \psi = a \bullet \psi + b \bullet \psi$;

(PE 3) $a \bullet (\psi + \varphi) = a \bullet \psi + a \bullet \varphi$;

(PE 4) $(a \times b) \bullet \psi = a \bullet (b \bullet \psi)$.

<u>Definizione 2 :</u>

Dato uno spazio vettoriale V, si definisce **prodotto scalare** l'applicazione $(\ , \ ) : V \times V \rightarrow C$, che soddisfa le seguenti proprietà :

(PS 1) $(\psi , \psi) \geq 0$;

(PS 2) $(\psi , \psi) = 0 \leftrightarrow \psi = \underline{0}$;

(PS 3) $(\psi , (\varphi + \xi)) = (\psi , \varphi) + (\psi , \xi)$;

(PS 4) $(\psi , a \bullet \varphi) = a \times (\psi , \varphi)$;

(PS 5) $(\psi , \varphi) = (\varphi , \psi)$.

Definizione 3 :

Il **modulo** di un vettore ψ (denotato con $||\psi||$) appartenente ad uno spazio vettoriale dotato di prodotto scalare è uguale a $\sqrt{(\psi , \psi)}$.

Definizione 4 :

Uno **spazio vettoriale** è **normato** se è dotato di una funzione detta *norma* ν : $V \rightarrow R$, tale che :

(NR 1) $\nu(\psi) \geq 0$;

(NR 2) $\nu(\psi) = 0 \leftrightarrow \psi = \underline{0}$;

(NR 3) $\nu(\psi + \varphi) \leq \nu(\psi) + \nu(\varphi)$;

(NR 4) $\nu(a \bullet \psi) = a \times \nu(\psi)$.

Teorema 1 :

Gli spazi vettoriali dotati di prodotto scalare sono normati ; si pone infatti :

$$\nu(\psi) = \sqrt{(\psi , \psi)}.$$

La norma coincide in questo caso con il modulo.

Definizione 5 :

Uno **spazio metrico** è costituito da un insieme U e da una funzione $d : U \times U \rightarrow R^+$, tale che :

(SM 1) $d(x , y) \geq 0$;

(SM 2) $d(x , y) = 0 \leftrightarrow x = y$;

(SM 3) $d(x , y) \leq d(x , z) + d(z , y)$;

(SM 4) $d(x , y) = d(y , x)$.

Teorema 2 :

Gli spazi vettoriali normati sono spazi metrici ; si pone infatti :

$$d(\psi, \varphi) = \mathbf{v}(\psi + (-\varphi)).$$

Definizione 6 :

Due vettori ψ e φ appartenenti ad uno spazio vettoriale dotato di prodotto scalare sono detti **perpendicolari** (scriviamo : $\psi \perp \varphi$) se e solo se $(\psi, \varphi) = 0$.

Definizione 7 :

Un insieme B = $\{\psi_1,\ldots,\psi_n\}$ di vettori su uno spazio vettoriale V, tutti diversi da $\underline{0}$, è una **base** per V se sono verificate due condizioni : (i) B è *linearmente indipendente*, cioè per ogni insieme di scalari $\{a_1,\ldots,a_n\}$, vale che $a_1 \bullet \psi_1 + \ldots + a_n \bullet \psi_n = \underline{0} \rightarrow \forall i : 1 \leq i \leq n, a_i = 0$; (ii) ogni vettore ψ di V è una *combinazione lineare* di elementi di B, cioè esiste un insieme di scalari $\{a_1,\ldots,a_n\}$ tale che $\psi = a_1 \bullet \psi_1 + \ldots + a_n \bullet \psi_n$.

Definizione 8 :

La **dimensione** di uno spazio vettoriale V è uguale a *n* se e solo se esiste una base per V che ha *n* elementi.

Definizione 9 :

Uno spazio vettoriale V ha **dimensione infinita** se e solo se non esiste una base finita per V.

Definizione 10 :

Una **base** di vettori B = $\{\psi_1,\ldots,\psi_n\}$ per uno spazio vettoriale dotato di prodotto scalare è detta **ortonormale** se ogni suo elemento ha norma uguale a

1 e se, presi due qualsiasi tra i suoi distinti elementi, essi risultano perpendicolari.

Definizione 11 :

Una successione di elementi $\{x_n\}$ di uno spazio metrico è detta **successione di Cauchy** se e solo se :

$$\forall \varepsilon \in R^+ \ \exists k \in N \ \forall h,j \geq k : d\,(x_h\,, x_j) < \varepsilon.$$

Definizione 12 :

Una successione di elementi $\{x_n\}$ di uno spazio metrico è **convergente** a x (non necessariamente a sua volta elemento dello spazio metrico) se e solo se :

$$\forall \varepsilon \in R^+ \ \exists k \in N \ \forall h \geq k : d\,(x\,, x_h) < \varepsilon.$$

Definizione 13 :

Uno **spazio vettoriale normato completo** è uno spazio vettoriale normato in cui ogni successione di Cauchy converge ad un limite interno allo spazio.

Definizione 14 :

Un **sottospazio** X di uno spazio vettoriale normato completo è un suo sottinsieme chiuso rispetto alle combinazioni lineari, cioè tale che per ogni insieme di scalari $\{a_1,....,a_n\}$:

$$\psi_1,....,\psi_n \in X \rightarrow a_1 \bullet \psi_1 + ... + a_n \bullet \psi_n = \psi \in X.$$

Definizione 15 :

Un **sottospazio chiuso** di uno spazio vettoriale normato completo è un suo sottospazio completo, cioè un sottospazio in cui ogni successione di Cauchy converge ad un limite interno allo spazio.

Definizione 16 :

Uno **spazio prehilbertiano** è uno spazio vettoriale dotato di prodotto scalare.

Definizione 17 :

Uno **spazio di Hilbert** è uno spazio prehilbertiano completo.

Definizione 18 :

Uno **spazio di Banach** è uno spazio vettoriale normato completo.

Teorema 3 (*teorema di proiezione*) :

Sia H uno spazio di Hilbert, ψ un suo vettore e X un suo sottospazio chiuso. Allora esiste un'unica rappresentazione del vettore : $\psi = \psi_1 + \psi_2$, dove $\psi_1 \in X$ e $\psi_2 \in X^{\perp} = [\psi \,/\, \forall \varphi \in X : (\psi , \varphi) = 0]$.

Teorema 4 :

Ogni spazio di Hilbert ha una base ortonormale $\{\psi_i\}$.

Teorema 5 :

Se $\{\psi_i\}$ è una base ortonormale per H, allora :

$$\forall \psi \in H : \psi = \sum_i (\psi_i , \psi) \bullet \psi_i.$$

Definizione 19 :

Uno **spazio di Hilbert** è **separabile** se ha una base ortonormale numerabile.

Definizione 20 :

Un **operatore A** su uno spazio vettoriale V è una applicazione A : V → V che soddisfa le seguenti proprietà : (i) per ogni coppia di vettori ψ e φ di V, $\mathbf{A}(\psi +$

$\varphi) = \mathbf{A}(\psi) + \mathbf{A}(\varphi)$; (ii) per ogni scalare a ed ogni vettore ψ di V, $\mathbf{A}(a \bullet \psi) = a \bullet \mathbf{A}(\psi)$.

Definizione 21 :

Un **operatore A** è **lineare** se conserva le combinazioni lineari di vettori, cioè se : $\mathbf{A}(a \bullet \psi + b \bullet \varphi) = a \bullet \mathbf{A}(\psi) + b \bullet \mathbf{A}(\varphi)$.

Teorema 6 :

Per ogni operatore lineare **A** su uno spazio vettoriale V su campo complesso esiste un unico operatore lineare **A*** (detto l'*aggiunto* di **A**) tale che, per ogni ψ e φ di V vale : $(\mathbf{A}(\psi) , \varphi) = (\psi , \mathbf{A}^*(\varphi))$; esso ha le seguenti proprietà :

(OA 1) $\mathbf{A}^{**}(\psi) = \mathbf{A}(\psi)$;

(OA 2) $(a\mathbf{A})^*(\psi) = \overline{a} \bullet \mathbf{A}^*(\psi)$;

(OA 3) $(\mathbf{A}+\mathbf{B})^*(\psi) = \mathbf{A}^*(\psi) + \mathbf{B}^*(\psi)$.

Definizione 22 :

Un **operatore** lineare **A** è **limitato** se e solo se :

$$\exists a \in \mathrm{R}\ \forall \psi : ||\mathbf{A}(\psi)|| \leq a \times ||\psi||.$$

Definizione 23 :

Un **operatore** lineare **A** è **autoaggiunto** se e solo se coincide con il proprio aggiunto **A***.

Teorema 7 :

Se **A** e **B** sono operatori autoaggiunti, allora **AB** è autoaggiunto se e solo se **AB** = **BA**.

Definizione 24 :

Un operatore **P** autoaggiunto, ovunque definito ed idempotente (cioè tale che **PP** = **P**) è detto **operatore di proiezione** (o **proiettore**).

Teorema 8 :

Esiste una corrispondenza biunivoca tra l'insieme dei sottospazi chiusi di uno spazio di Hilbert H e l'insieme dei proiettori $\mathbf{P}(H)$ su di esso.

Definizione 25 :

Un vettore ψ di uno spazio vettoriale è un **autovettore** dell'operatore **A**, con corrispondente **autovalore** a, se e solo se :

$$\mathbf{A}(\psi) = a \bullet \psi.$$

Definizione 26 :

L'insieme degli autovalori di **A** è detto lo **spettro** di **A**.

Teorema 9 :

Se **A** è un operatore autoaggiunto, allora i suoi autovettori distinti sono a due a due ortogonali tra loro, ed il suo spettro è reale.

Teorema 10 :

Se **A** è un operatore di proiezione, allora il suo spettro è l'insieme $\{0,1\}$.

Teorema 11 (*teorema spettrale*) :

Se H è uno spazio di Hilbert di dimensione finita n ed **A** è un operatore autoaggiunto su H, allora lo spettro di **A** è costituito da n distinti autovettori che costituiscono una base ortonormale per H (in questo caso si dice che **A** ha *spettro discreto*; altrimenti, che ha *spettro continuo*).

Definizione 27 :

L'**insieme dei boreliani** $B(\mathrm{R})$ su R è il σ-campo di insiemi generato dall'insieme degli intervalli, cioè è il più piccolo insieme che contiene tutti gli intervalli di numeri reali ed è chiuso rispetto al complemento relativo - ed alle operazioni di intersezione e unione $\cap$ e $\cup$ finite e infinite numerabili.

Definizione 28 :

La **misura spettrale** è una funzione $\mathrm{M} : B(\mathrm{R}) \rightarrow \mathbf{P}(H)$, tale che :

(MS 1) $\mathrm{M}(\varnothing) = \mathbf{P}^{\{\underline{0}\}}$, dove $\mathbf{P}^{\{\underline{0}\}}(\psi) = \underline{0}$;

(MS 2) $\mathrm{M}(\mathrm{R}) = \mathbf{I}$, dove $\mathbf{I}(\psi) = \psi$;

(MS 3) Se $\{\mathrm{E}_i\}$ è una successione finita o infinita numerabile di boreliani a due a due disgiunti (cioè tale che $\mathrm{E}_i \cap \mathrm{E}_j = \varnothing$, per $i \neq j$), allora : $\mathrm{M}(\cup_i \{\mathrm{E}_i\}) = \sum_i \mathrm{M}(\mathrm{E}_i)$.

Teorema 12 :

Ogni operatore autoaggiunto **A** determina un'unica misura spettrale $\mathrm{M}^{\mathbf{A}}$ ad esso associata.

Definizione 29 :

La **traccia** di un operatore autoaggiunto **A** su uno spazio di Hilbert separabile H dotato di base ortonormale $\{\psi_i\}$ è uno scalare denotato da Tr (**A**) e corrispondente a $\sum_i (\psi_i , \mathbf{A}(\psi_i))$. Esso soddisfa le seguenti proprietà :

(TR 1) $\mathrm{Tr}\,(\mathbf{A}+\mathbf{B}) = \mathrm{Tr}\,(\mathbf{A}) + \mathrm{Tr}\,(\mathbf{B})$;

(TR 2) $\mathrm{Tr}\,(a\mathbf{A}) = a \times \mathrm{Tr}\,(\mathbf{A})$.

Teorema 13 :

Fissato un operatore autoaggiunto **A** su H, la traccia di **A** è univocamente determinata, indipendentemente dalla scelta della base $\{\psi_i\}$.

Definizione 30 :

Si definisce **operatore di classe traccia** un operatore di traccia finita.

Teorema 14 :

Se **P** è un operatore di proiezione su un sottospazio chiuso X k-dimensionale di H, allora Tr (**P**) = k.

Definizione 31 :

Un operatore **D** lineare, continuo, limitato, positivo (cioè tale che : $\forall \psi$: $(\mathbf{A}(\psi) , \psi) \geq 0$; è dunque autoaggiunto) di classe traccia e di traccia uguale ad 1 è detto **operatore statistico** o **di densità**.

Definizione 32 :

Il valore più probabile della distribuzione di probabilità di una grandezza associata all'operatore autoaggiunto **A** rispetto ad un sistema nello stato descritto dall'operatore di densità **D** è detto **valor medio**. Esso è uguale a :

$$\mathrm{Exp}_{\mathbf{D}}{}^{\mathbf{A}} = \mathrm{Tr}\,(\mathbf{D}\ \mathbf{A}).$$

Teorema 15 :

Se lo stato associato a **D** è equivalente allo stato puro associato a ψ, allora :

$$\mathrm{Exp}_{\psi}{}^{\mathbf{A}} = (\psi , \mathbf{A}(\psi)).$$

Definizione 33 :

Due operatori autoaggiunti **A** e **B** sono **compatibili** se e solo se, presi due boreliani E e F qualsiasi :

$$\mathrm{M}^{\mathbf{A}}(\mathrm{E})\ \mathrm{M}^{\mathbf{B}}(\mathrm{F}) = \mathrm{M}^{\mathbf{B}}(\mathrm{F})\ \mathrm{M}^{\mathbf{A}}(\mathrm{E}).$$

Teorema 16 :

Se **A** e **B** sono operatori autoaggiunti limitati, allora sono compatibili se e solo se : **AB** = **BA**.

Teorema 17 :

Se **A** e **B** sono compatibili e hanno spettro discreto, allora hanno una base di autovettori comuni per l'intero spazio.

Definizione 34 :

La **varianza** di una grandezza associata ad **A** rispetto ad un sistema fisico nello stato associato a **D** è l'intervallo di dispersione intorno al valor medio :

$$V(\mathbf{A}, \mathbf{D}) = \int_{-\infty}^{+\infty} [a - \mathrm{Exp}_{\mathbf{D}}{}^{\mathbf{A}}]^2 \times \mathrm{Tr}\,(\mathbf{D}\, M^{\mathbf{A}}(da)).$$

Assiomatizzazione della Meccanica Quantistica :

I) Ogni sistema fisico è rappresentato da uno spazio di Hilbert separabile *H*.

II) Ogni stato di un sistema fisico è rappresentato da un operatore di densità **D** su *H*, ed ogni operatore di densità **D** rappresenta un possibile stato del sistema. Se **D** è un proiettore, allora rappresenta uno *stato puro* (esso rappresenta cioè il massimo di informazione ottenibile, ad un dato istante, riguardo ad un sistema fisico). Tale stato è rappresentato equivalentemente dal vettore unitario ψ, che genera il sottospazio chiuso unidimensionale associato a tale proiettore.

III) Ogni grandezza fisica definita su un sistema fisico è rappresentata da un operatore autoaggiunto **A** su *H*. Gli autovalori di **A** sono i possibili valori che la grandezza può assumere.

IV) Se **A** corrisponde ad una grandezza fisica, **D** ad uno stato ed E è un boreliano, allora la probabilità che il valore della grandezza per il sistema fisico nello stato rappresentato da **D** appartenga ad E è così determinata :

$$\mathrm{Prob}_{\mathbf{D}}{}^{\mathbf{A}}(\mathrm{E}) = \mathrm{Tr}\ (\mathbf{D}\ \mathrm{M}^{\mathbf{A}}(\mathrm{E})) \in [0,1].$$

Se il sistema è in uno stato puro descritto dal vettore unitario ψ, ed **A** ha spettro discreto (cioè i suoi autovettori normalizzati ψ_i, con autovalori a_i, costituiscono una base ortonormale per H), allora ψ è scomponibile come $\sum_i c_i \bullet \psi_i$ (dove $\forall$i, $c_i = (\psi_i , \psi)$). In questo caso :

$$\mathrm{Prob}_{\psi}{}^{\mathbf{A}}\ (\{a_i\}) = \mathrm{Tr}\ (\mathbf{P}^{\psi}\ \mathrm{M}^{\mathbf{A}}(\{a_i\})) = |c_i|^2 = |(\psi_i , \psi)|^2 = ||\mathbf{P}^{\psi_i}(\psi)||^2.$$

Se il sistema è in uno stato puro descritto dall'autovettore ψ, con autovalore a, di **A**, allora :

$$\mathrm{Prob}_{\psi}{}^{\mathbf{A}}\ (\{a\}) = |1|^2 = 1.$$

Se il sistema è in uno stato puro descritto dal vettore unitario ψ, ma **A** ha spettro continuo (i suoi autovettori *non* costituiscono una base ortonormale per H), allora :

$$\mathrm{Prob}_{\psi}{}^{\mathbf{A}}\ (\mathrm{E}) = \mathrm{Tr}\ (\mathbf{P}^{\psi}\ \mathrm{M}^{\mathbf{A}}(\mathrm{E})) = ||\mathrm{M}^{\mathbf{A}}(\mathrm{E})\ (\psi)||^2.$$

Se lo stato del sistema è invece una *miscela* di stati puri, dato che per teorema ogni **D** è rappresentabile nella forma $\sum_i w_i \mathbf{P}^{\psi_i}$, dove $\sum_i w_i = 1$, allora :

$$\mathrm{Prob}_{\mathbf{D}}{}^{\mathbf{A}}(\mathrm{E}) = \sum_i w_i\ ||\mathrm{M}^{\mathbf{A}}(\mathrm{E})\ (\psi_i)||^2.$$

V) - di Schrödinger - Se nell'intervallo temporale $[t_0,t]$ non vengono eseguite misurazioni su un sistema fisico, l'evoluzione del suo stato avviene secondo l'equazione :

$$\mathbf{D}(t) = e^{-iH_S/\hbar}\ \mathbf{D}(t_0)\ e^{-iH_S/\hbar}.$$

Dunque l'evoluzione temporale è continua e rappresentabile attraverso l'operatore lineare **U**, tale che :

$$\mathbf{U}(\mathbf{D}(t_0))(t) = \mathbf{D}(t).$$

VI) - di von Neumann - Sia S un sistema fisico a cui è associato H. Sia Q una grandezza a cui è associato **A** (con spettro discreto, tale che ogni ψ sia scomponibile come $\sum_i c_i \bullet \psi_i$, dove gli ψ_i sono gli autovettori normalizzati, con autovalori a_i, che costituiscono una base ortonormale per H). Nell'intervallo temporale $[t_0,t]$ eseguiamo una *misurazione di prima specie* (tale cioè che se ripetuta dopo un tempo "sufficientemente breve" dia luogo allo stesso risultato) di Q su S. Sia $\mathbf{D}(t_0)$ la descrizione dello stato puro di S al tempo t_0 (rappresentabile come $\sum_i c_i \bullet \psi_i$).

Nel caso *non degenere* (in cui cioè c'è corrispondenza biunivoca tra autovalori ed autovettori di **A**), se il risultato è l'autovalore a_i, corrispondente all'autovettore ψ_i della base dello spazio, allora lo stato $\mathbf{D}(t)$ del sistema al tempo t sarà uguale a $\mathbf{P}^{\psi_i}$.

Nel caso *degenere* (in cui cioè ad ogni autovalore corrisponde un insieme di autovettori), se il risultato è l'autovalore a_i corrispondente al sottospazio chiuso X_i (detto *autospazio* e definito come il più piccolo sottospazio chiuso generato dall'insieme degli autovettori con autovalore a_i), allora lo stato $\mathbf{D}(t)$ del sistema al tempo t sarà uguale a :

$$\mathbf{P}^{X_i}\, \mathbf{D}(t_0)\, \mathbf{P}^{X_i} \,/\, \mathrm{Tr}\, (\mathbf{P}^{X_i}\, \mathbf{D}(t_0)\, \mathbf{P}^{X_i}).$$

PROLOGO

“Arrivederci, Debbie.”

“Buona serata, David.”

Il nostro dipartimento ha davvero una grande segretaria. Sempre pronta a qualsiasi evenienza. E con tipi sbadati come noi… Ecco il giaccone, le relazioni da leggere… Lo *walkman*?! Ah, è in tasca… Sentiamo che c’è: *play*… Grandi i Femmes! Me n’ero dimenticato… Troppe cassette da sentire, quando prendo la *subway*. A volte perdo la cognizione di quella che mi resta dentro. Ma come faccio? Un disco così… Quando lo pubblicarono avevo finito da poco il Ph.D., e stavo pubblicando i primi articoli. Certi pezzi li sentivo la sera, a casa, mentre scrivevo al computer. Soprattutto i primi: *Blister in the Sun*, *Kiss Off*, *Add It Up*… Una bella scarica di energia! Ed erano tre… Lo devo dire a Martin e agli altri ragazzi: noi siamo in cinque, tre chitarre, e a volte sembra di suonare valzer. Mah!

Arriva la “1”. Peccato, volevo ascoltare questi ragazzi che fanno *jazz* dentro la stazione: non è facile vedere un sassofonista cinese!

Tutti i giorni lo stesso percorso, che stress… Meno male che la musica mi distrae un po’. Oggi è stata dura, con quella lezione sui paradossi della misurazione nella fisica contemporanea. Quel ragazzo russo non voleva mandarmi a casa. Intelligente, però!

È tardissimo… Eccomi alla Penn Station. Di corsa a prendere l'auto, e via verso il Lincoln Tunnel.

"Hai degli spiccioli?"

"Cosa? No, mi spiace. Non ho un centesimo. Ritenta domani."

"Addio, fratello."

La rimessa… Dove avrò lasciato la macchina?

"Ehi, Dave, perché giri a vuoto? Il tuo ferrovecchio è laggiù."

"Grazie, Jeff. Ma non offendere il mio 'mezzo': è piccolo, e non sarà nuovissimo, ma macina miglia come noccioline."

"Neanche in Europa fanno auto così 'mini', ormai. Ma se va bene a te…"

"Non te lo farò rottamare finché sarà in grado di fare anche solo dieci piedi all'ora. Buonanotte."

Finalmente, in strada. Se continuo a far tardi tutte le sere mi converrà venire a vivere in città. Ma è un peccato: il New Jersey è tranquillo, economico, e vicino al 'cuore del mondo'. Vedremo. Per ora: un po' di radio… *Brit pop*… Aiuto! Meglio i Brad.

Ci siamo quasi. Ancora un quarto d'ora. C'e un gran buio, da queste parti. Ehi, ma che c'è laggiù, un animale? Devo frenare… Accidenti, gli vado addosso!…

È andata bene. Ho rischiato di andare fuori strada. Ma… è una donna. Per giunta seminuda. Non si è neppure alzata! Sarà meglio vedere un po'… Respira!

"Sveglia! Oh! Non è questo il posto per dormire."

Carina. Che sia una delle 'donne facili' che girano in questa zona?

"Sveglia! Finalmente…"

"*Wer bist du*? *Wo bin ich*?"

"Una straniera, eh… Ciao. Come va? Mi capisci?"

"Ahi… Sì! Ma chi sei, che succede?"

"Succede che stavo tornando a casa, ma ti ho trovato qui per terra e stavo per mandarti in paradiso. È tutto OK?"

"Beh, sono viva. Ma mi devono avere picchiato e derubato, non ricordo bene."

"Lascia che ti porti all'ospedale. Non è vicinissimo, ma ormai la mia cena a base di ali di pollo è definitivamente saltata."

"No, ti ringrazio… Mi hanno portato via anche il cellulare. Tu ce l'hai mica? Vorrei chiamare una persona."

"Spiacente, ma la tecnologia non vince, dalle mie parti. Non so se noti la macchina… Penso che dovresti farti visitare. Il tuo bel volto deve aver visto giorni migliori, e non vorrei che tu avessi ricevuto qualche brutto colpo in testa."

"Meglio di no. Piuttosto, come posso tornare a Manhattan? Esiste il modo di noleggiare un'automobile?"

"Scherzi?! Poi magari vorresti andare al JFK e prendere un aereo per la Germania! Tu dovresti farti portare ad un Pronto Soccorso. Hai per caso qualcosa da nascondere? Se sei una 'bella di notte', non devi avere paura. Io non dirò niente. Anzi, ti aiuterò a sostenere la versione dei fatti che vorrai. Perché ridi?"

"Scusa, ma nessuno mi aveva mai detto così. Certo, non sembro una principessa, in queste condizioni… No, il fatto è che è meglio che mi tenga lontano dalle chiacchiere, ma non sono coinvolta in niente di 'strano'. Se davvero vuoi aiutarmi: è lontana Manhattan?"

"Vengo da là. Dipende dove vuoi andare, ma con due occhi così, non posso certo rifiutarmi di portarti! Non vuoi almeno venire prima a casa mia a risistemarti?"

"Ti prego, partiamo subito. Telefoneremo mentre siamo in viaggio. Chissà cosa penserebbero a casa tua."

"Vivo da solo. Comunque, sali: non volevo tentare di abbordarti."

Parla inglese molto bene. Ed ha un volto bellissimo e perfino familiare. Chissà cosa ci faceva da queste parti, vicino al Passaic. E chissà che relazioni ha con la città…

"Prendi il mio giubbotto: non è il periodo giusto per andare in giro poco vestita. Va meglio?"

"Sì, grazie. Come ti chiami?"

"David. E tu?"

"Claudia. Che lavoro fai, David? Il chitarrista rock?"

"No! Grazie per il complimento, ma sono soltanto un professore universitario. Mi piace suonare però, con un gruppo di amici. Ci chiamiamo *The Many Minds*."

"Cosa insegni?"

"Filosofia della scienza, alla Columbia."

"Filosofia della scienza?! Cosa significa? Che passi le giornate a pensare se è morale o immorale praticare l'inseminazione artificiale?"

"Beh, veramente non è proprio così. Mi occupo di meccanica quantistica. La conosci? È la teoria fisica che spiega il comportamento delle cose che compongono il mondo a livello microscopico, come ad esempio gli atomi."

"L'ho sentita nominare, ma per me sono soltanto parole. Cosa c'entra la filosofia con gli atomi, però? Non è che vuoi prenderti gioco di me?"

"Non è facile spiegarlo, specialmente andando in macchina, di notte, a fianco di una donna misteriosa ed affascinante che si è trovati accasciata al suolo, lungo la strada di casa! In ogni caso, ti posso dire che la filosofia c'entra eccome, perché la meccanica quantistica descrive molto bene come sono fatti e come si muovono gli atomi, ma in un modo che ci fa pensare che a volte si comportino davvero stranamente. Le sue leggi non sono così pacifiche e cristalline come di solito si considerano quelle classiche, e non si spiegano tanto facilmente prendendo due palle da *baseball* e supponendo che rappresentino due oggetti fisici da studiare. Pensa che ci sono assiomi che risultano in conflitto gli uni con gli altri, e che un concetto basilare come quello di 'misurazione' non ha in essa una definizione precisa. In tutto questo quadro, la filosofia cerca di capire quale sia la posizione più ragionevole, quella cioè che tiene conto di tutti i fattori in gioco, senza dimenticarne neppure uno."

"Avevi ragione: è un po' troppo per una donna appena trovata svenuta lungo la strada, alle nove di sera. Comunque tu devi avere un grande cervello, per occuparti di queste cose. Io so a mala pena cos'è un atomo. Del resto, sei un professore di università! Quando sarò in forma, mandami qualcosa che hai scritto, che mi possa illuminare sull'argomento, OK?"

"Volentieri! Ho scritto diversi articoli con un mio amico, anch'egli filosofo. Alcuni sono abbastanza semplici, e spiegano fra l'altro una nostra proposta originale, che tenta di chiarire certi contrasti tra le leggi quantistiche, cui prima accennavo. Si chiama "interpretazione delle molte menti". Se proprio insisti, te ne posso dire qualcosa. Funziona pressappoco così."